

ЕДИНЫЙ КОНСТРУКТИВНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ О НАХОЖДЕНИИ ВЗАИМНОГО КАСАНИЯ СФЕР ПРОИЗВОЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Д.В. Волошинов

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург

Рассматривается единый конструктивно-геометрический подход к решению задач о касании сфер произвольной размерности.

Ключевые слова: конструктивное геометрическое моделирование, ортогональная окружность, симплекс.

SINGLE CONSTRUCTIVE APPROACH TO SOLVING THE PROBLEM OF FINDING A MUTUAL TANGENCY OSPHERES OF ARBITRARY DIMENSION

D.V. Voloshinov

The Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Communications,
Saint Petersburg

The article deals with a single constructive geometric approach to the problem of tangency of spheres of any dimension.

Keywords: constructive geometrical modeling, orthogonal circle, simplex.

Как известно, задача о нахождении центра сферы, касательной к четырем заданным сферам, решается исходя из нахождения точки взаимного пересечения трех гиперболоидов, каждый из которых является геометрическим местом точек, равноудаленных от одной из пар сфер, участвующих в геометрической операции [1].

Рассмотрим альтернативный конструктивный способ решения той же задачи с использованием метода построения ортогональных сфер (гиперсфер). Реализованный в системе плоско-проекционных моделей, данный способ без каких-либо принципиальных сложностей распространяется на задачу нахождения гиперсферы, касательной к другим гиперсферам произвольной размерности, без необходимости использования квадрик (или гиперквадрик), за исключением сфер (гиперсфер).

Принцип построения касательных сфер поясним на примере касания окружности к трем заданным окружностям на плоскости (задача Аполлония). В пространствах более высоких размерностей принцип выполняемого построения остается тем же.

Пусть на плоскости заданы сферы a , b и c (рисунок). Построим окружность d , ортогональную к данным окружностям [2].

Найдем точки пересечения общих касательных, проведенных к каждой паре исходных сфер: ab для a и b ; ac для a и c ; bc для b и c . Как известно, точки пересечения касательных системы трех окружностей лежат на одной прямой $axis$. Построим теперь радикальные оси rda для окружностей a и d , rdb для b и d и rdc для c и d .

В пересечении с осью $axis$ прямая rda образует точку pa , rdb – точку pb , rdc – точку pc . Опустим из точки pa касательные на окружность a , из pb – на окружность b и из pc – на окружность c .

С центрами в этих точках и радиусами, равными длинам соответственных касательных, строим окружности dpa , dpb и dpc . Из чертежа видно, что эти окружности ортогональны окружности d и прямой $axis$, а также соответственным окружностям a , b и c . Точки пересечения окружностей dpa и a , dpb и b , dpc и c позволяют построить искомые окружности k_1 и k_2 , касательные к трем заданным окружностям a , b и c . Задача решена. Оставшиеся варианты касания окружностей строятся по той же схеме.

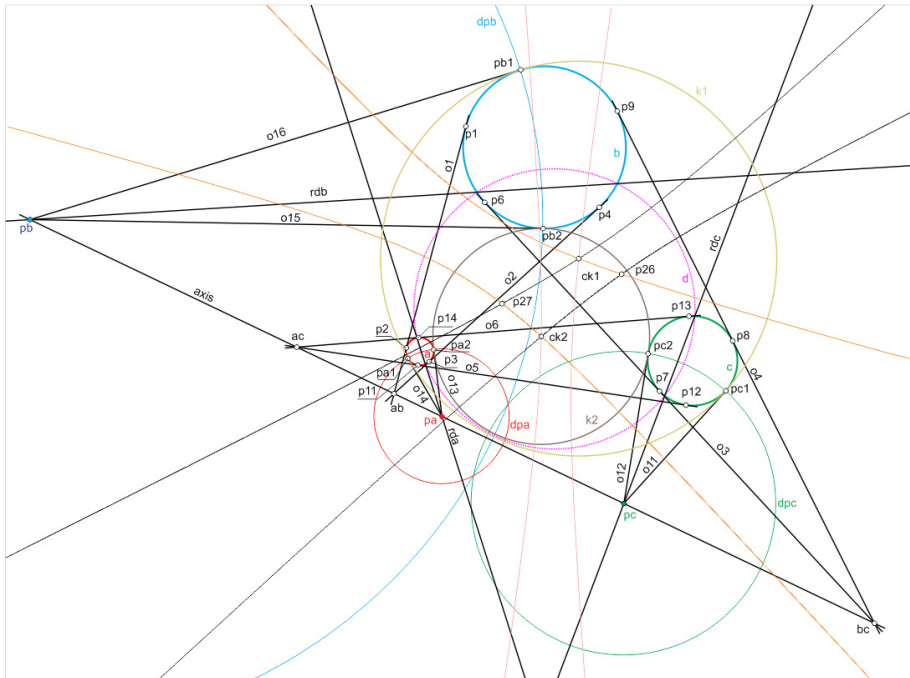


Рис. Решение задачи

На чертеже также показаны точки центров найденных окружностей: ck_1 для k_1 и ck_2 для k_2 . Из него также видно, что центры окружностей лежат на пересечении гипербол, являющихся геометрическими местами точек, равноудаленных от пар исходных сфер. Данные коники в описанном алгоритме не используются.

Перенос описанного метода на сферы пространств высших размерностей принципиальной трудности не составляет. Методы построения радикальных пространств, необходимых для решения задач в пространствах высшей размерности, подробно описаны в [2].

Список литературы

1. Хейфец А.Л. Геометрическая точность компьютерных алгоритмов конструктивных задач // Проблемы качества графической подготовки: традиции и инновации: материалы VI междунар. науч.-практ. интернет-конф., Пермь, февраль – март 2016 г. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2016.

2. Волошинов Д.В. Геометрический факультатив. Чем озадачить заинтересованного студента? // Проблемы качества графической подготовки: традиции и инновации: материалы VI междунар. науч.-практ. интернет-конф., Пермь, февраль – март 2016 г. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2016.